

p進数と魔方陣

1 p進数

問

- (1) 数字 0, 1 が書かれたカードがそれぞれ 4 枚ずつある。この 8 枚のカードから 4 枚を選び、1 列に並べる順列^{※1}を考える。

この順列を小さい順に並べるとき、一番小さい $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}$ を 0 番目と数え、次に小さい $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{1}$ を 1 番目、その次の $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}$ を 2 番目と数えることにする。

- (ア) $\boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}$, $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}$ はそれぞれ何番目ですか。
- (イ) 13 番目の順列は何ですか。
- (2) 数字 0, 1, 2 が書かれたカードがそれぞれ 4 枚ずつある。この 12 枚のカードから 4 枚を選び、1 列に並べる順列を考える。
- この順列を小さい順に並べるとき、一番小さい $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}$ を 0 番目と数え、次に小さい $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{1}$ を 1 番目、その次の $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{2}$ を 2 番目、その次の $\boxed{0}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}$ を 3 番目と数えることにする。
- (ア) $\boxed{0}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{1}$, $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{2}$ はそれぞれ何番目ですか。
- (イ) 40 番目の順列は何ですか。

私たちは、0~9 までの 10 種類の数字を用いて数を表している。このような数の表し方を 10 進法といい、この方法で表された数を 10 進数という。

一般に、 p 個の数字を用いて数を表す方法を p 進法といい、その数を p 進数という。 p 進法で表された数であることがわかるように a_n などと書くことがある。

2 進法, 3 進法, 16 進法で、数を数えてみよう。

10 進数	2 進数	3 進数	4 進数	16 進数
1	1	1	1	1
2	10	2	2	2
3	11	10	3	3
4	100	11	10	4
5	101	12	11	5
6	110	20	12	6
7	111	21	13	7
8	1000	22	20	8
9	1001	100	21	9
10	1010	101	22	A
11	1011	102	23	B
12	1100	110	30	C
13	1101	111	31	D
14	1110	112	32	E
15	1111	120	33	F
16	10000	121	100	10
17	10001	122	101	11
18	10010	200	102	12
19	10011	201	103	13
20	10100	202	110	14

10 進法	2 進法	3 進法	4 進法	16 進法
21	10101	210	111	15
22	10110	211	112	16
23	10111	212	113	17
24	11000	220	120	18
25	11001	221	121	19
26	11010	222	122	1A
27	11011	1000	123	1B
28	11100	1001	130	1C
29	11101	1002	131	1D
30	11110	1010	132	1E
31	11111	1011	133	1F
32	100000	1012	200	20
33	100001	1020	201	21
34	100010	1021	202	22
35	100011	1022	203	23
36	100100	1100	210	24
37	100101	1101	211	25
38	100110	1102	212	26
39	100111	1110	213	27
40	101000	1111	220	28

※1 順序を付けて一列に並べたものを順列という。

2 魔方陣

魔方陣とは、正方形の方陣に数字を配置し、縦・横・斜めのいずれの列についても、その列の数字の合計が同じになるもののことである。特に、1 から方陣のマス総数までの数字を1 つずつ過不足なく使ったものをいう。 (フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』より)

問1 1×1 の魔方陣は明らか。 2×2 の魔方陣は作れるのだろうか。

問2 3×3 の魔方陣を作ってみよう。

(1) 普通の魔方陣は、上の説明にあるように1~9の数字を1つずつ用いて作るが、今日は0~8までの数字を1つずつ用いて作ることにしよう。

気づいたことはあれば、メモしておこう。

(2) 0, 1, 2 を3回ずつ使って、魔方陣を2種類作ってみよう。ただし、回転せずにそのまま重ねたときに一致しないものは異なるものとみなす。

(3) (2)で作った2種類の魔方陣をもとに、0~8を1つずつ用いた魔方陣を作ってみよう。

問3 4×4の魔方陣を作ってみよう。

ここでも、1~16を1つずつ用いるのではなく、0~15を1つずつ用いて魔方陣を作ってみよう。

気づくことはあれば、メモしよう。

【チャレンジ】5×5の魔方陣にチャレンジしてみよう。

